

НАЗВА КУРСУ

Вища математика. Частина 2. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти *Перший (бакалаврський)*

Галузь знань	<i>G Інженерія, виробництво та будівництво</i>					
Спеціальність	<i>G7 Автоматизація , комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка</i>					
Освітня програма	<i>Технічні та програмні засоби автоматизації</i>					
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>					
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>					
Рік підготовки, семестр	<i>I курс, весняний семестр</i>					
Обсяг дисципліни	<i>180/ 6 кредитів</i>					
			Практич. занят. (семінари)	Лабор. заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття	CPC
	Години	30	44	0	0	106
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен	Залік	МКР (вказати кількість)	ІСЗ (вказати кількість)	ДКР (вказати кількість)	Реферат (вказати кількість)
	+	-	1	1	0	0
Розклад занять	<i>На сайті університету, також на сайті ФАПІЕ</i>					
Мова викладання	Українська					
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: : Борисенко Ольга Володимирівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук oborisenko1373@gmail.com https://intellect.kpi.ua/profile/bov114 ORCID: http://orcid.org/0000-0002-2099-2911					
	Практичні: : Борисенко Ольга Володимирівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук oborisenko1373@gmail.com https://intellect.kpi.ua/profile/bov114 ORCID: http://orcid.org/0000-0002-2099-2911					

	Листопадова Валентина Вікторівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ listopadova17@ukr.net http://intellect.kpi.ua/profile/lvv61 ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2549-8381 Дюженкова Ольга Юріївна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук olgaduzen@gmail.com
Розміщення курсу	Сайт кафедри, інформаційні ресурси в бібліотеці, кампус.

Програма навчальної дисципліни

Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми, що характеризуються комплексністю та невизначеністю умов, під час професійної діяльності в галузі і проблеми автоматизації, комп'ютерно-інтегрованих технологій та робототехніки або у процесі навчання, що передбачає застосування теоретичних знань та методів галузі.

Програмні компетентності:

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК01 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК05 Здатність до пошуку, опрацювання та аналізу інформації з різних джерел.

Фахові компетентності (ФК)

ФК01 Здатність застосовувати знання математики, в обсязі, необхідному для використання математичних методів для аналізу і синтезу систем автоматизації.

Програмні результати навчання (ПРН)

ПРН01 Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, функції багатьох змінних, функціональні ряди, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію функції комплексної змінної, теорію ймовірностей та математичну статистику, теорію випадкових процесів в обсязі, необхідному для користування математичним апаратом та методами у галузі автоматизації.

Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Викладається в другому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти. У структурно-логічній схемі програми підготовки з даного напрямку навчальна дисципліна «Вища математика» передую та забезпечує наступні навчальні дисципліни: Фізика, Хімія,

Інженерна та комп'ютерна графіка, Математичні методи в задачах автоматизації, Теорія автоматичного керування, Комп'ютерне моделювання процесів і систем, Робототехніка.

Зміст навчальної дисципліни

1. *Диференціальне числення функції багатьох змінних.* Границі, частинні похідні та диференціали функції багатьох змінних. Екстремуми функції двох змінних.
2. *Інтегральне числення функції однієї змінної.* Комплексні числа. Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування. Визначений інтеграл. Невласні інтеграли. Застосування визначеного інтеграла.
3. *Звичайні диференціальні рівняння.* Диференціальні рівняння першого порядку. Диференціальні рівняння вищих порядків. Системи диференціальних рівнянь.

Навчальні матеріали та ресурси

Основна література

1. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: Ігнатекс-Україна, 2013. – 648 с.
2. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.
3. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 2. – 400 с.
4. Дубовик В.П. Вища математика. Збірник задач: навч. посіб. / Дубовик В.П., Юрик І.І., Вовкодав І.П. та ін. – К.: Ігнатекс-Україна, 2011. – 480 с.
5. В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб. [Ч.1]. Лінійна й векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних. Прикладні задачі / - К.: Книги України ЛТД, 2009. - 578 с.
6. Герасимчук, В. С. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах: навч. посіб. [Ч.2]. Невизначений, визначений та невластні інтеграли. Звичайні диференціальні рівняння. Прикладні задачі / В. С. Герасимчук, Г. С. Васильченко, В. І. Кравцов. - К. : Книги України ЛТД, 2010. – 470 с.
7. Авдєєва Т.В. Інтегральне числення функції однієї змінної. Навчальний посібник [Електронний ресурс] /КПІ ім. Ігоря Сікорського; Т.В. Авдєєва, О.Ю.Дюженкова, В.В. Листопадава. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського , 2023. – 151 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/56440>

Додаткова література

1. Шкіль М.І., Колесник Т.В. Вища математика. - К.: Вища школа, 1986. – 512 с.
2. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз: приклади і задачі: навч. посіб. / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 240 с.
3. Клепко В. Ю. Вища математика в прикладах і задачах: навчальний посібник / В.Ю.Клепко, В.Л. Голець. – К.: Центр навчальної літератури, 2017. – 594 с.
4. Зайцев Є. П. Вища математика: інтегральне числення функцій однієї та багатьох змінних, звичайні диференціальні рівняння, ряди: навч. посіб. / Є. П. Зайцев. – К.: Алерта, 2018. – 608 с.

Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях – лекція (електронний варіант), постановка проблеми, мотивація і аргументація матеріалу, пояснення, приклади для ілюстрації теоретичних понять, проблемні завдання.

Перелік лекцій

Лекція 1. Границі, частинні похідні та диференціали функції багатьох змінних

- 1.1. Функції багатьох змінних (ФБЗ). Означення, основні поняття.
- 1.2. Границя та неперервність ФБЗ.
- 1.3. Частинні похідні, диференціали.
- 1.4. Повторне диференціювання.
- 1.5. Повний диференціал та його застосування до наближених обчислень.
- 1.6. Диференціали вищих порядків .

Лекція 2. Диференціювання функції багатьох змінних. Дотична площина та нормаль до поверхні. Похідна за напрямом. Градієнт

- 2.1. Похідна складеної функції.
- 2.2. Похідна неявно заданої ФБЗ.
- 2.3. Дотична площина та нормаль до поверхні.
- 2.4. Скалярне поле.
- 2.5. Похідна за напрямом.
- 2.6. Градієнт.
- 2.7. Формула Тейлора.

Лекція 3. Екстремуми функції двох змінних. Умовний екстремум. Найбільше та найменше значення функції багатьох змінних

- 3.1. Необхідні і достатні умови існування екстремуму функції двох змінних.
- 3.2. Поняття умовного екстремуму. Функція Лагранжа.
- 3.3. Найбільше та найменше значення функції багатьох змінних.

Лекція 4. Елементи вищої алгебри

- 4.1. Комплексні числа.
 - 4.1.1. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.
 - 4.1.2. Тригонометрична форма запису комплексних чисел.
 - 4.1.3. Комплексні числа в показниковій формі.
- 4.2. Алгебра многочленів.

Лекція 5. Інтегральне числення функції однієї змінної. Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування невизначеного інтеграла

- 5.1. Первісна, її властивості.
- 5.2. Невизначений інтеграл, його властивості.
- 5.3. Таблиця основних інтегралів.
- 5.4. Метод заміни змінної.
- 5.5. Підведення під знак диференціала.
- 5.6. Інтегрування частинами.

Лекція 6. Інтегрування раціональних функцій

- 6.1. Інтегрування виразів, які залежать від квадратичного тричлена.
- 6.2. Інтегрування раціональних функцій.
 - 6.2.1. Розклад дробово-раціональної функції на суму елементарних найпростіших раціональних функцій.
 - 6.2.2. Інтегрування елементарних дробів 1-4 типів.
- 6.3. Приклади інтегрування раціональних дробів.

Лекція 7. Інтегрування тригонометричних функцій. Універсальна тригонометрична підстановка

7.1. Інтегрування тригонометричних функцій з використанням основних тригонометричних формул.

7.2. Універсальна тригонометрична підстановка.

7.3. Заміна змінної.

Лекція 8. Інтегрування ірраціональних функцій. Тригонометричні підстановки.

Інтегрування диференціального бінома

8.1. Інтегрування ірраціональних виразів методом заміни змінної.

8.2. Тригонометричні підстановки.

8.3. Теорема Чебишова.

8.4. Інтеграли, які не виражаються в елементарних функціях.

Лекція 9. Визначений інтеграл. Обчислення визначеного інтеграла

9.1. Означення, умови існування визначеного інтеграла, геометричний зміст.

9.2. Теорема Ньютона- Лейбніца.

9.3. Властивості визначеного інтеграла.

9.4. Інтеграл із змінною верхньою межею.

9.5. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі.

9.6. Метод заміни змінної.

9.7. Обчислення визначених інтегралів по симетричному відрізку інтегрування від парних і не парних функцій.

Лекція 10. Невласні інтеграли та їх застосування.

10.1. Невласні інтеграли 1-го роду.

10.2. Невласні інтеграли 2-го роду.

Лекція 11. Геометричні та фізичні застосування визначеного інтеграла

11.1. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур.

11.2. Довжина дуги кривої.

11.3. Об'єм тіла.

11.4. Площа поверхні обертання.

Лекція 12. Звичайні диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння першого порядку.

Задача Коші. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку

12.1. Основні означення і поняття.

12.2. Теорема існування розв'язку задачі Коші.

12.3. Диференціальні рівняння з відокремленими змінними.

12.4. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку.

12.5. Рівняння, які зводяться до однорідних.

Лекція 13. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.

Диференціальні рівняння вищих порядків. Рівняння, які допускають зниження порядку

13.1. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.

13.1.1. Метод Ейлера-Бернуллі.

13.1.2. Метод варіації довільної сталої.

13.2. Рівняння Бернуллі.

13.3. Диференціальні рівняння вищих порядків. Основні поняття і означення.

Задача Коші.

13.4. Рівняння, які інтегруються в квадратурах.

13.5. Рівняння, які допускають зниження порядку.

Лекція 14. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків

14.1. Основні поняття і означення.

14.2. Лінійний диференціальний оператор та його властивості.

14.3. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку (ЛОДР), властивості їх розв'язків.

14.4. Вронскіан, його властивості.

- 14.5. Теорема про структуру загального розв'язку однорідного рівняння.
- 14.6. Структура загального розв'язку неоднорідного рівняння.
- 14.7. Суперпозиція розв'язків.
- 14.8. Метод варіації довільних сталих.

Лекція 15. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами вищих порядків. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння вищих порядків зі сталими коефіцієнтами і спеціальною правою частиною

- 15.1. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння.
- 15.2. Лінійні однорідні диференціальні рівняння вищих порядків.
- 15.3. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами і спеціальною правою частиною.
- 15.4. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -ого порядку зі сталими коефіцієнтами і спеціальною правою частиною.

Перелік (орієнтовно) практичних занять

Практичне заняття 1. Похідні та диференціали функції багатьох змінних. Повторне диференціювання.

Практичне заняття 2. Диференціювання складених і неявних функцій багатьох змінних.

Практичне заняття 3. Дотична площина і нормаль до поверхні. Похідна за напрямом. Градієнт.

Практичне заняття 4. Екстремум функції багатьох змінних. Умовний екстремум. Найбільше та найменше значення функції багатьох змінних.

Практичне заняття 5. Комплексні числа та дії над ними.

Практичне заняття 6. МККР-1 « Диференціальне числення функції багатьох змінних. Комплексні числа». Інтегрування за допомогою таблиці інтегралів.

Практичне заняття 7. Метод заміни змінної, підведення під знак диференціала. Інтегрування частинами .

Практичне заняття 8,9. Інтегрування виразів, які містять квадратичні тричлени. Інтегрування раціональних дробів .

Практичне заняття 10. Інтегрування тригонометричних функцій.

Практичне заняття 11. Інтегрування ірраціональних виразів. Тригонометричні підстановки. Теорема Чебишева.

Практичне заняття 12. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Обчислення визначених інтегралів.

Практичне заняття 13. Невласні інтеграли першого та другого роду.

Практичне заняття 14. Обчислення площі плоскої фігури. Обчислення довжини дуги кривої. Обчислення об'ємів тіл, площі поверхні обертання.

Практичне заняття 15. Обчислення об'ємів тіл, площі поверхні обертання.

Практичне заняття 16. МККР-2 « Інтегральне числення функції однієї змінної». Диференціальні рівняння першого порядку з відокремленими змінними.

Практичне заняття 17. Однорідні диференціальні рівняння і рівняння, які зводяться до однорідних. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.

Практичне заняття 18. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.

Практичне заняття 19. Рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.

Практичне заняття 20. Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною.

Практичне заняття 21. Лінійні неоднорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Метод Лагранжа.

Практичне заняття 22. МККР – 3 за темою «Звичайні диференціальні рівняння». Застосування диференціальних рівнянь.

На практичних заняттях - Завдання до виконання (згідно до вказаного списку основної літератури).

5.2. Технічне забезпечення: Microsoft Office Word, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента).

6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв'язок задач, виконання домашніх завдань та індивідуального семестрового завдання (розбивається на дві частини відповідно до семестрових планових атестацій).

На самостійне опрацювання пропонуються наступні теми: *Фізичні застосування визначеного інтеграла. Рівняння, які зводяться до однорідних. Рівняння в повних диференціалах. Системи лінійних диференціальних рівнянь.*

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Дотримання положень «Кодексу честі КПП ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3).

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР, складеної з кількох частин.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Семестровий контроль: екзамен.

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за МКР (60%), зарахування індивідуального семестрового завдання, відпрацювання пропущених занять, виконання домашніх робіт, семестровий рейтинг не менше 30 балів.

Рейтинг студента з дисципліни за семестр складається з балів, що він отримує за:

- 1) вісім відповідей (кожного студента в середньому) на практичних заняттях ;
- 2) одну модульну контрольну роботу;
- 3) виконання і захист індивідуального семестрового завдання;
- 4) відповідь на екзамені.

Робота на практичних заняттях

За умови гарної підготовки і активної роботи на практичному занятті студент отримує 1бал. Одному або двом кращим студентам на кожному практичному занятті

може бути доданий як заохочувальний 1 бал. Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює 8 балів.

Підсумковий контроль

Одна модульна контрольна робота (МКР) розбивається на три частини:
МКР-1 «Диференціальне числення функції багатьох змінних. Комплексні числа »:
ваговий бал – 10 балів;

МКР-2 «Інтегральне числення функції однієї змінної »: ваговий бал – 10 балів;

МКР-3 «Звичайні диференціальні рівняння »: ваговий бал – 10 балів.

(Допускається розбиття МКР на декілька тематичних контрольних робіт, які мають такий же сумарний ваговий бал).

Максимальна кількість балів за всі контрольні роботи дорівнює 30 балів.

Індивідуальне семестрове завдання (ІСЗ)

- Ваговий бал – 12 балів. Робота оцінюється у процентному відношенні правильно розв'язаних завдань. Якщо робота виконана повністю правильно і здана вчасно, то вона оцінюється максимальною кількістю балів за умови її захисту студентом. Якщо робота здається несвоєчасно (пізніше встановленого дед-лайну), то вона оцінюється - 2 бали (за кожний тиждень запізнення).

Заохочувальні бали за:

- призові місця у факультетських та інститутських олімпіадах з вищої математики; підготовка та захист доповідей на студентських науково-практичних конференціях, виконання завдань з удосконалення дидактичних матеріалів з кредитного модуля + 5 балів.

Розрахунок шкали (R) рейтингу:

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R_C = 30 + 20 = 50 \text{ балів.}$$

Екзаменаційна складова шкали дорівнює 50% від R, а саме

$$R_E = 50 \text{ балів.}$$

Таким чином, рейтингова шкала з дисципліни складає

$$R = R_C + R_E = 100 \text{ балів.}$$

Розмір шкали рейтингу $R=100$ балів.

Розмір стартової шкали $R_C = 50$ балів.

Розмір екзаменаційної шкали $R_E=50$ балів.

За рішенням екзаменатора без додаткового опитування можливо виставити (за згодою студента) оцінку «добре» у тому разі, коли стартовий рейтинг студента становить не менше 0,9 від максимально можливого (R_C), тобто при $R_C \geq 45$ бали.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, кандидат фізико-математичних наук

Листопадова Валентина Вікторівна,

доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, кандидат фізико-математичних наук

Борисенко Ольга Володимирівна

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол №10 від 24.06. 2026р.)

Погоджено Методичною комісією ФАПЕ (протокол № 11 від 26.06.2026)